

Annotáció a „Számítási módszerek a kvantuminformatikában” c. kurzus egyéniesített verziójához

Dr. Koniorczyk Mátyás

ver. 1.0. 2016.

Célkitűzés

A „Számítási módszerek a kvantuminformatikában” kurzus célja, hogy megismertesse a résztvevőt a kvantum információ feldolgozás elméleti kutatásának legfontosabb módszereivel, elterjedt technikáival. A hangsúly a konkrét problémák megoldásán, illetve a megoldási készség elsajátításán van, ezen keresztül alakítva ki a tájékozottságot a témában.

A kurzus itt bemutatott változata elsősorban alkalmazott matematikus hallgatók ismereteire van szabva, akik nem, vagy csak korlátozottan tanultak elméleti fizikát vagy kvantummechanikát. A tematikában több elágazási lehetőséget találunk aszerint, hogy a hallgatók egyes előismeretei milyen mélységűek, illetve hogy milyen részterület iránt mutatnak aktuálisan több érdeklődést. Az alkalmakra osztás rugalmas, egy témakörrel lehetőség szerint több alkalom is eltölthető, a kurzus több alkalommal is megtartható, akár több féléven keresztül.

Feltételezett előtanulmányok

Feltételezzük a lineáris algebrában és a valószínűségelméletben való jártasságot. Emellett a következő, opcionális előismeretek szükségesek, ill. hasznosíthatók:

- Funkcionálanalízis
- Lie-csoportok, Lie-algebrák
- C^* -algebrák
- Véges geometria
- Operációkutatás
- Bonyolultságelmélet
- Információelmélet



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

1. alkalom: A kvantumállapot és a projektív mérés

Témák

Hilbert-terek, véges dimenziós komplex vektorterek. A kvantummechanikai állapot modellje.
A projektív (von Neumann) mérés.
Állapot preparálás. Sűrűségoperátor. Tiszta- és kevert kvantumállapotok.
Összehasonlítás: valószínűségi változók és kvantumállapotok.
A kvantumbit esete: Bloch-gömb

Megoldandó problémák köre

A Bloch-gömb tulajdonságainak (szerkezet, konvex kombináció, mértékkel, metrikával való viszony, a mérés értelmezése) önálló levezetése.

Opcionális, alternatív témák

A mérhető mennyiségek algebrája. A C^* algebrák szerepe. A Hilbert-tér, mint reprezentáció.

Feldolgozható irodalom

Alap: Preskill (2015), 1-3. fejezet, Holevo (2011), 1-2. fejezet.
Opciókhoz: Strocchi (2008), 1-2. fejezet.



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskézelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Szakkollégium
Egyesület

Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

2. alkalom: A kvantummechanikai időfejlődés

Témák

Unitér időfejlődés. Az időfejlődés generátora. Schrödinger-egyenlet. Schrödinger- és Heisenberg-kép. Sűrűségoperátorok időfejlődése.

Unitér műveletek általában, egy rendszeres kvantum kapuk.

Megoldandó problémák köre

Kvantumbit unitér időfejlődése a Bloch-gömbön, a Pauli-mátrixok, mint a forgatás generátorai.

Opcionális, alternatív témák

Az unitér csoportok ábrázoláselmélete. A Schrödinger-egyenlet bevezetése szimmetria megfontolásból.

Feldolgozható irodalom

Alap: Preskill (2015), 2-3. fejezet, Nielsen and Chuang (2011) 4. fejezet

Az opciókhoz: Holevo (2011), 3. fejezet, Zee (2016) egyes részei



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagiilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

3. alkalom: Többrésű rendszerek, összefonódás

Témák

Tenzorszorzat tér. Részrendszer sűrűségoperátora, részleges nyom. Schmidt-dekompozíció, Schmidt-rang.

Projektív mérés és unitér időfejlődés többrésű rendszereken. Kvantumkapuk, kvantum logikai hálózatok.

Szeperálhatóság és összefonódás tiszta és kevert állapotok.

Opcionális, alternatív témák

Többrésű rendszerek kezelése C^* -algebrás leírásban.

Megoldandó problémák köre

Példák tenzorszorzatra és részleges nyomra, szeperálható- és összefonódott állapotokra. Kétrésű állapot tisztítása. Gleason tétele.

Tiszta állapot kvantumteleportációjának végigszámolása.

Feldolgozható irodalom

Alap: Preskill (2015), 2-3. fejezet, Koniorczyk and Tóth (2006)

Az opcióhoz: Strocchi (2008).

A példához: Bennett et al. (1993).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

4. alkalom: Általánosított mérések

Témák

Pozitív operátor értékű mértékek (POVM). POVM mérés, POVM mérés, mint ortogonális mérés tenzorszorzaton. Qubit POVM-ek.

Megoldandó problémák köre

Egyszerű példák POVM-ekre. Alkalmazás: egyértelmű kvantumállapot megkülönböztetés.

Feldolgozható irodalom

Alap: Preskill (2015), 3. fejezet

A példához: Bergou (2007).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

Normatív
támogatással

5. alkalom: Általánosított időfejlődés, teljesen pozitív leképezések

Témák

Teljesen pozitív leképezések. Kraus reprezentáció. Choi-Jamiolkowski izomorfizmus. A teljesen pozitív leképezések Choi-reprezentációja.

Opcionális, alternatív témák

Nem fizikai művelet optimális közelítése szemidefinit programozással.

Megoldandó problémák köre

Qubit csatornák (fáziscsillapító, Pauli, amplitúdó csillapító). Opcionálisan: szemidefinit program nemfizikai művelet közelítésére.

Feldolgozható irodalom

Alap: Preskill (2015), 3. fejezet

Az opcionális példához: Audenaert and De Moor (2002); Koniorczyk et al. (2013).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskézelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

6. alkalom: Kvantumállapotok hasonlósága

Témák

Kvantumállapotok hasonlóságának mértékei: hűség, Bures-mérték, stb. A Helstrom-formula.
A kevertség mértékei: Von Neumann-entrópia, lineáris entrópia.

Opcionális, alternatív témák

A kvantumállapot-megkülönböztetés vevő működési karakterisztikája, kvantum-Bhattacharyya együtthatók.

Megoldandó problémák köre

Mértékek konkrét számítása különféle kvantumállapotokra.
Az univerzális kvantum klónozó működésének végigszámolása.

Feldolgozható irodalom

A témához általában: Bengtsson and Życzkowski (2006).

Az opcióhoz: Bodor and Koniorczyk (2016).

A második problémához: Braunstein et al. (2001), erről a témáról bővebben: Bužek and Hillery (1996); Scarani et al. (2005).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

7. alkalom: Az összefonódottság elmélete I.

Témák

Összefonódottság és pozitív leképezések. Összefonódottsági tanúmenyiségek. Az összefonódottság entrópikus mértékei. Előállítási összefonódottság és konkurrencia. Kvantumbitek összefonódottsága: a Wootters-formula.

Opcionális, alternatív témák

Az összefonódottság hűsége: távolság a szeperálható halmaztól.

Megoldandó problémák köre

A Wootters-formula levezetése.

Feldolgozható irodalom

A témához általában: Bengtsson and Życzkowski (2006), Horodecki et al. (2009), Koniorczyk and Tóth (2006).

A feladathoz: Wootters (1998).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Szakkollégium
Egyesület

Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

8. alkalom: Az összefonódottság elmélete 2.

Témák

Az összefonódottság sokrészű rendszerekben. Az összefonódottság monogámiája. Coffman-Kundu-Wootters egyenlőtlenségek.

Több részű összefonódottság, asszisztált konkurrencia.

Opcionális, alternatív témák

Lokalizálható összefonódottság.

Megoldandó problémák köre

A három kvantumbites GHZ-állapot jellemzése konkurenciával és asszisztált konkurenciával.

Feldolgozható irodalom

A témához általában: Bengtsson and Życzkowski (2006), Koniorczyk and Tóth (2006), Horodecki et al. (2009).

Az összefonódottság monogámiájáról: Coffman et al. (2000).

Az opcióhoz: Popp et al. (2005).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskézelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

9. alkalom: Kvantum korrelációk és Bell-egyenlőtlenségek

Témák

Kétrészű rendszerek közös eloszlással le nem írható korrelációi. No-signaling feltételek. Az Einstein-Podolsky-Rosen paradoxon. A Bell-egyenlőtlenség, a Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) egyenlőtlenség. A Tsirelson-korlát.

Opcionális, alternatív témák

A Bell-egyenlőtlenségek valószínűségi geometriája. A lokális és no-signaling politóp. Viselkedés kvantumosságának ellenőrzése szemidefinit program hierarchiával.

Detektor tökéletlenségek hatása, detektálási loophole-ok.

Többrészű eset: GHZ-egyenlőségek.

Megoldandó problémák köre

A CHSH egyenlőtlenség sérüléseinek számolása konkrét kvantumállapotokra.

A lokális politóp meghatározása CHSH-esetben.

Feldolgozható irodalom

Ismeretterjesztő előadás videofelvétele: Mátyás (2012).

A teljes témát és az opciókat is lefedő összefoglaló cikk: Brunner et al. (2014).

A Bell-politóp meghatározásához és a loophole-ok kérdéséhez: Wilms et al. (2008).

Történeti szempontból is kiemelkedő fontosságú cikkek: Einstein et al. (1935); Bell (1964).



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

Szakkollégium
Egyesület

10. alkalom: Informatikai alkalmazások

Témák

Mind opcionális, bővíthető lista:

- Kvantumkriptográfia: a BB84 protokoll
- Kvantumkriptográfia: az Ekert 91 protokoll
- A kvantumkriptográfia alkalmazásának kérdései
- A Deutsch-Jozsa algoritmus
- A Shor-algoritmus
- További kvantumalgoritmusok

Megoldandó problémák köre

Az egyes protokollok, algoritmusok részletes végigszámolása egyszerűbb esetekre.

Feldolgozható irodalom

Preskill (2015) ill. Nielsen and Chuang (2011) vonatkozó fejezetei, önálló irodalmazás.



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

Szakkollégium
Egyesület

Irodalomjegyzék

- Koenraad Audenaert and Bart De Moor. Optimizing completely positive maps using semidefinite programming. *Phys. Rev. A*, 65:030302, Feb 2002. doi: 10.1103/PhysRevA.65.030302. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.65.030302>.
- John S Bell. On the einstein podolsky rosen paradox, 1964.
- Ingemar Bengtsson and Karol Życzkowski. *Geometry of quantum states: an introduction to quantum entanglement*. Cambridge University Press, 2006. URL <http://chaos.if.uj.edu.pl/~karol/geometry.htm>.
- Charles H. Bennett, Gilles Brassard, Claude Crépeau, Richard Jozsa, Asher Peres, and William K. Wootters. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1895–1899, Mar 1993. doi: 10.1103/PhysRevLett.70.1895. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.70.1895>.
- János A Bergou. Quantum state discrimination and selected applications. *Journal of Physics: Conference Series*, 84(1):012001, 2007. URL <http://stacks.iop.org/1742-6596/84/i=1/a=012001>.
- Andras Bodor and Matyas Koniarczyk. Receiver operation characteristics of quantum state discrimination, 2016. URL <http://lanl.arxiv.org/abs/1603.06801>.
- Samuel L. Braunstein, Vladimír Bužek, and Mark Hillery. Quantum-information distributors: Quantum network for symmetric and asymmetric cloning in arbitrary dimension and continuous limit. *Phys. Rev. A*, 63:052313, Apr 2001. doi: 10.1103/PhysRevA.63.052313. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.63.052313>.
- Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Stefano Pironio, Valerio Scarani, and Stephanie Wehner. Bell nonlocality. *Rev. Mod. Phys.*, 86:419–478, Apr 2014. doi: 10.1103/RevModPhys.86.419. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.86.419>.
- V. Bužek and M. Hillery. Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem. *Phys. Rev. A*, 54:1844–1852, Sep 1996. doi: 10.1103/PhysRevA.54.1844. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.54.1844>.
- Valerie Coffman, Joydip Kundu, and William K. Wootters. Distributed entanglement. *Phys. Rev. A*, 61:052306, Apr 2000. doi: 10.1103/PhysRevA.61.052306. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.052306>.
- A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780, May 1935. doi: 10.1103/PhysRev.47.777. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777>.

Támogató



EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA

A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskészítő Szakmai felügyelet



EMBERI ERŐFORRÁS
TÁMOGATÁSKÉSZÍTŐ
Nemzeti
Tehetség Program

OKTATÁSKUTATÓ
ÉS FEJLESZTŐ
INTÉZET

Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Szakkollégium
Egyesület

Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

- A.S. Holevo. *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*. Publications of the Scuola Normale Superiore. Scuola Normale Superiore, 2011. ISBN 9788876423789. URL <https://books.google.hu/books?id=17AIDhbWrTIC>.
- Ryszard Horodecki, Paweł Horodecki, Michał Horodecki, and Karol Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.*, 81:865–942, Jun 2009. doi: 10.1103/RevModPhys.81.865. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.865>.
- Mátyás Koniorczyk and Géza Tóth. *A kvantumoptika és -elektronika legújabb eredményei*, chapter Bevezetés a kvantummechanikai összefonódottsághoz, pages 95–106. Szegedi Tudományegyetem, Szeged, 2006. URL <http://optics.szfki.kfki.hu/~toth/Publications/BookChapter2006.pdf>.
- Mátyás Koniorczyk, Livia Dani, and Vladimír Bužek. Process optimized quantum cloners via semidefinite programming, 2013. URL <http://lanl.arxiv.org/abs/1304.1326>.
- Koniorczyk Mátyás. A rész és a másik rész. kvantum párok távkapcsolatai. Előadás az ELTE Atomcsill sorozatában (videofelvétel), 2012. URL <http://www.atomcsill.elte.hu/program/kivonat/2011-2012/12>.
- Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 10th edition, 2011. ISBN 1107002176, 9781107002173. URL <https://books.google.hu/books?id=-s4DEy7o-a0C>.
- M. Popp, F. Verstraete, M. A. Martín-Delgado, and J. I. Cirac. Localizable entanglement. *Phys. Rev. A*, 71:042306, Apr 2005. doi: 10.1103/PhysRevA.71.042306. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.71.042306>.
- J. Preskill. Lecture notes for physics 229:quantum information and computation, 2015. URL <http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph219/>.
- Valerio Scarani, Sofyan Iblisdir, Nicolas Gisin, and Antonio Acín. Quantum cloning. *Rev. Mod. Phys.*, 77:1225–1256, Nov 2005. doi: 10.1103/RevModPhys.77.1225. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.77.1225>.
- F. Strocchi. *An Introduction to the Mathematical Structure of Quantum Mechanics: A Short Course for Mathematicians*. Advanced series in mathematical physics. World Scientific, 2008. ISBN 9789812835222. URL <https://books.google.hu/books?id=Bn7MaT3X8fkC>.
- J. Wilms, Y. Dissanayake, G. Alber, and I. C. Percival. Local realism, detection efficiencies, and probability polytopes. *Phys. Rev. A*, 78:032116, Sep 2008. doi: 10.1103/PhysRevA.78.032116. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.032116>.



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatásképző Szakmai felügyelet



Megvalósító



Normatív
támogatással

Támogató



Szakkollégium
Egyesület

Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként

William K. Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. *Phys. Rev. Lett.*, 80:2245–2248, Mar 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.80.2245. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.2245>.

A. Zee. *Group Theory in a Nutshell for Physicists*. In a nutshell. Princeton University Press, 2016. ISBN 9780691162690. URL <https://books.google.hu/books?id=FWkujgEACAAJ>.



A rendezvény / programelem megvalósítását anyagilag támogatták:
Támogatáskezelő Szakmai felügyelet



Megvalósító



Támogató



Szakkollégium
Egyesület

Az NTP-SZKOLL-2016-0001 pályázat elemeként